

Indicazioni per un “ buon ingresso “ nella Scuola Superiore

Caro/a alunno/a,

siamo i tuoi futuri insegnanti di **MATEMATICA** e vogliamo suggerirti un piccolo lavoro che potrai svolgere durante questi mesi estivi.

Questa iniziativa parte dalla nostra volontà di ricordare la conclusione del tuo percorso di Scuola Media con l'accesso al **Liceo** e per agevolarti l'inserimento.

Ti consigliamo di riprendere i seguenti argomenti, sia utilizzando i libri della Scuola Media che gli esercizi da noi proposti riguardanti:

- *i numeri naturali*
- *i numeri interi*
- *le potenze: proprietà e applicazioni*
- *le frazioni: calcolo di espressioni e applicazioni*
- *le grandezze direttamente e inversamente proporzionali*
- *le principali figure geometriche e loro proprietà*

E' importante però che tu segua questi suggerimenti :

- **prima di svolgere gli esercizi ripassa la parte teorica relativa;**
- **svolgi gli esercizi con cura e riporta lo svolgimento su un quaderno;**
- **sforzati di fare i calcoli SENZA usare la calcolatrice;**
- **annotati gli esercizi su cui incontri difficoltà: all'inizio del prossimo anno scolastico potranno essere ripresi e discussi in classe insieme all'insegnante.**

Se sei un amante della lettura, per riempire i caldi pomeriggi estivi ti consigliamo infine “ *un libro da leggere prima di addormentarsi, dedicato a chi ha paura della matematica*” (ti assicuriamo che è adatto anche a chi è “amico” della matematica!) :

Hans M. Henzensberger “IL MAGO DEI NUMERI”.

Buon lavoro e serene vacanze

ESERCIZI MATEMATICA

I NUMERI NATURALI

1. Indica quali delle seguenti operazioni sono possibili in \mathbf{N} :

$$3+7; \quad 1 \cdot 4; \quad 8-9; \quad 10:5; \quad 4-4; \quad 3+0; \quad 15:10.$$

2. Segna con una crocetta quali numeri, fra quelli indicati, sono divisori di n .

n	3	4	5	9	11	25
44						
63						
275						
660						
2156						

3. Calcola il valore delle seguenti potenze: 1^0 ; 2^1 ; 3^2 ; 2^3 ; 10^2 ; 20^3 ; 11^0 ; 7^2 ; 10^1 ; 0^3 .

4. Completa, quando è possibile, mettendo il numero giusto al posto dei puntini:

$$\dots^7 = 1; \quad \dots^2 = 81; \quad 3^{\dots} = 30; \quad 7^{\dots} = 49.$$

5. Scrivi le potenze di 2 e 3 comprese tra 10 e 40.

6. Scrivi l'espressione relativa a ciascuna frase e calcolane il risultato:

A «Moltiplica per 5 la differenza fra 20 e 6, poi sottrai 45 dal risultato». [25]

B «Somma 10 al prodotto di 3 per la differenza fra 60 e 35». [85]

7. Calcola il valore delle espressioni:

A $\{[6 \cdot (5+1) - 2 \cdot 3] : (2+3)\} - \{[(4 \cdot 8 - 2) : 6] - 2\}$ [3]

B $\{[4 \cdot (5+3) - (1+1)] : (2+3)\} - \{[(3 \cdot 6 - 8) : 2] - 2\}$ [3]

C $[(2^3)^2 - 3^2] : (5^3 : 5^2) + [4^2 : (2^0 + 1) + 5 - 2^3]$ [16]

D $[(5^3 : 5^2) + 2]^2 - (11 - 2^3)^2 \cdot (20 : 2^2)$ [4]

8. Calcola il valore che assume la seguente espressione sostituendo ad a e b i valori indicati a fianco.

$$a^2 - 2b - a(b-1); \quad a=4, b=3; \quad a=2, b=1; \quad a=5, b=2. \quad [2; 2; 16]$$

9. Traduci in espressione letterale la seguente frase e calcola il suo valore per i numeri indicati:

“Dalla somma del quintuplo di b e del triplo di a sottrai il quadrato della differenza tra il doppio di b e il doppio di a ”; $a=3, b=4$.

[25]

10. Completa le uguaglianze applicando le proprietà delle potenze.

A $5^{\dots} \cdot 5^3 = 5^9$; $3^8 \cdot (\dots)^8 = 15^8$; $8^9 : 8^{\dots} = 8^6$; $(7^{\dots})^4 = 7^{20}$.

B $14^5 : (\dots)^5 = 2^5$; $6^4 \cdot (\dots)^8 = 24^4$; $(5^{\dots})^3 : 125 = 5^3$; $10^4 \cdot 10 : 10^{\dots} = 100$.

11. Calcola il valore dell'espressione applicando le proprietà delle potenze.

- A** $\left[(7^2)^3 \cdot 7^5 : (7^4)^2 \right] \cdot 7 : 7^2$ [49]
- B** $\left\{ 6^5 \cdot 6^2 : \left[(3^3 \cdot 2^2)^3 : 3^2 \right] \right\}^3$ [8]
- C** $\left\{ \left[(2+3)^3 \cdot (1+1)^3 \right]^2 : (2^2 \cdot 5^2)^3 \right\} + 1^{10}$ [2]

12. Scomponi in fattori primi i seguenti numeri: 150; 200; 330; 72; 420; 189; 1232.

13. Calcola il M.C.D. e il m.c.m. fra i seguenti gruppi di numeri.

a) 9, 12; b) 15, 25, 30; c) 6, 15, 24, 40.

I NUMERI INTERI

14. Rappresenta su una retta orientata i seguenti numeri. Indica quali hanno lo stesso valore assoluto e quali sono discordi: +3, -4, 0+2, -3, +5, -2.

15. Completa la seguente tabella:

<i>a</i>	-4	+4	-3	+15		+6	0	+8	+5	+3
<i>b</i>	+9	-4		-6	0	+6	-5		+8	-8
<i>a - b</i>			0		-9			0		

<i>a</i>	-13	+11		-2	-4	+5	-9			+7
<i>b</i>	+4		-6		7			-18	-6	-7
<i>a + b</i>		+5	-9	0		-8	+2	-5	-6	

16. Calcola il valore delle seguenti espressioni:

a) $+7 - \{-6 + [-5 + (-3 + 6 - 4)] - 3\} + [-(+2 - 7) - 5]$ [+22]

b) $3 \cdot \{15 - [3 \cdot (2 - 6 + 3)] - 10\} + 4 \cdot [(-2 \cdot 3 + 6) - 5]$ [+4]

c) $[15 + (-3 + 2 - 6) : (-7)] : [4 \cdot (-2)] + 6 : (-3) - (4 + 2 \cdot 6 - 4)$ [-16]

17. Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze:

A $\left[(-2)^4 : (2)^2 \right]^3 \cdot (3)^6 ; \quad \left[(4)^2 \cdot (-4)^5 \right]^2 : (-2)^{14} . \quad \left[(2 \cdot 3)^6 ; + 2^{14} \right]$

B $\left\{ \left[(-2)^5 \cdot (-2) \cdot (-2)^0 \right]^3 : \left[(-2)^4 \cdot (-2)^3 \right] \right\} : (-2)^{10}$ [-2]

C $\left\{ \left[(-2)^3 \right]^4 : 2^9 + 25 \right\} - [(+5)(-4) + 1] - 2(-3)$ [+58]

18. Calcola quale valore assume l'espressione indicata quando si sostituiscono alle lettere i valori scritti a fianco:

A $\{2 - [3a - (b - 2a)] - 5a\} - 6ab + 2a; \quad a = 1, \quad b = -5.$ [+19]

B $-2ab + [-(a - 2) + b^2] + (1 - a)(-a - 3b); \quad a = -1, \quad b = +3; \quad a = +3, \quad b = -2.$ [+2; +9]

19. Traduci in una espressione numerica la seguente frase e calcolane il risultato:

“Dividi il cubo di 3 per la somma di 3 e del prodotto di 2 per 3, sottrai poi 5 e aggiungi al risultato la differenza tra 7 e il prodotto di 3 per -2.” [11]

20. Risolvi il seguente problema utilizzando i numeri interi:

In un centro commerciale Marco spende € 48 per dei CD e € 16 per alcune riviste. Preleva allo sportello automatico € 25, poi pranza in pizzeria spendendo € 12. Quanti euro aveva inizialmente in tasca se alla fine gli rimangono € 10? [€ 61]

I NUMERI RAZIONALI

21. Cancella le frazioni che non sono equivalenti alla prima assegnata; fra quelle rimaste, evidenzia la frazione ridotta ai minimi termini.

$$\frac{4}{18}, \frac{8}{10}, \frac{8}{26}, \frac{5}{19}, \frac{8}{36}, \frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \frac{6}{27}, \frac{10}{45}.$$

22. Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni:

$$\frac{16}{14}, \frac{36}{12}, \frac{18}{24}, \frac{160}{112}, \frac{1260}{1500}, \frac{21}{18}, \frac{49}{14}, \frac{12}{64}, \frac{288}{252}, \frac{1512}{1764}.$$

23. Scrivi in ordine decrescente le seguenti frazioni e rappresentale su una retta orientata:

$$\frac{3}{4}, -\frac{5}{7}, \frac{2}{9}, -\frac{1}{3}, \frac{5}{8}.$$

24. Scrivi in ordine crescente le seguenti frazioni e rappresentale su una retta orientata.

$$-\frac{1}{5}, +\frac{13}{4}, -\frac{7}{2}, -\frac{9}{3}, +\frac{7}{3}, +\frac{8}{5}.$$

25. Calcola il valore dell'espressione:

A $\frac{1}{5} - \frac{1}{4} + \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{10}\right) - \left[\frac{2}{20} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\right] - \frac{2}{5} + \frac{1}{4} - \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{4}\right)$ [0]

B $\left\{ \left[-\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{4}\right) \left(2 - \frac{1}{2}\right) \right] \cdot 4 - \frac{2}{3} \right\} \cdot 3 - \frac{1}{12} + 2$ $\left[-\frac{127}{12} \right]$

C $\frac{\left[4 + \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{11}{18} - 1\right) - \frac{4}{5} \right] \cdot \frac{15}{10}}{\left[\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{5}\right) : \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{7}\right) + \frac{4}{5} \right] \cdot \frac{15}{4}}$ $\left[\frac{2}{5} \right]$

D $\left\{ \left[\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 \right]^2 : \left(\frac{4}{5}\right)^8 + \frac{4}{5} \right\} : \left(\frac{6}{5}\right) - 1 + \frac{2}{3}$ $\left[\frac{13}{15} \right]$

26. Calcola il valore della seguente espressione, assegnando alle lettere i valori indicati a fianco.

A $\left(x + \frac{1}{y}\right) \left(y + \frac{1}{x}\right) + 2xy; \quad x = \frac{1}{2}, y = \frac{3}{4}.$ $\left[\frac{139}{24} \right]$

27. Traduci in espressione la seguente frase, poi calcolane il valore:

Dividi per 4 il prodotto di $\frac{2}{5}$ per il risultato della sottrazione di $\frac{4}{3}$ al prodotto di $\frac{4}{5}$ per la differenza tra 7 e $\frac{1}{3}$, sottrai poi al risultato $\frac{2}{3}$. $\left[-\frac{4}{15} \right]$

28. Un rettangolo con il perimetro di 72 cm ha un lato che è $\frac{7}{2}$ dell'altro. Determina l'area del rettangolo. $\left[224 \text{ cm}^2 \right]$

29. Calcola il valore dell'espressione applicando le proprietà delle potenze:

A $\left\{ \left[\left(\frac{1}{5} \right)^2 \cdot \left(\frac{15}{2} \right)^2 \right]^{-1} \cdot \left[\left(\frac{9}{5} \right)^3 : \left(\frac{6}{5} \right)^3 \right]^{-1} \right\} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^2$ $\left[\frac{8}{27} \right]$

B $\left[\left(1 - \frac{1}{4} - \frac{5}{12} \right)^3 : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right)^2 - \left(\frac{3}{2} \right)^{-2} \right] : \left\{ \left[(-4)^{-3} : \left(\frac{1}{8} - \frac{3}{4} \right) - \frac{2}{5} \right]^2 \cdot \left(-\frac{4}{3} \right)^3 \right\}$ $\left[-\frac{8}{3} \right]$

30. Le percentuali

A In un gruppo di 30 ragazzi il 30% ha 14 anni, il 40% ha 15 anni e i rimanenti hanno 16 anni. Calcola quanti ragazzi hanno 14 anni, quanti ne hanno 15 e quanti ne hanno 16. [9; 12; 9]

B Una scuola ha 12 classi, il 25% di queste è formato da 20 alunni, il 50% è formato da 25 alunni e le restanti da 30 alunni. Calcola quanti alunni frequentano la scuola. Sapendo che di essi il 40% frequenta il biennio, calcola quanti sono gli alunni del triennio. [300; 180]

C In una comitiva ci sono 12 italiani, 20 tedeschi, 35 americani e 8 francesi. Qual è la percentuale degli italiani sull'intera comitiva? E quale, tra gli europei? [16%; 30%]

31. Le frazioni e le proporzioni

Risolvi le seguenti proporzioni:

$8:15 = x:10;$ $9:x = x:16;$ $\left(\frac{1}{2} + x \right) : x = \frac{2}{3} : 5.$ $\left[\frac{16}{3}; \pm 12; -\frac{15}{26} \right]$

32. Risolvi il seguente problema, utilizzando le proporzioni:

Determina le lunghezze di due percorsi stradali sapendo che la loro differenza è pari a 75 km e che il loro rapporto è uguale a $\frac{5}{3}$. [187,5 km; 112,5 km]

33. Trasforma in numeri decimali le seguenti frazioni: $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{23}{11}; \frac{7}{5}; \frac{125}{5}.$

34. Trasforma i seguenti numeri decimali in frazioni: $3,4; 0,\bar{2}; 0,1\bar{7}; 2,0\bar{3}.$

35. Calcola il valore della seguente espressione:

$\left[\left(0,\bar{2} + 0,2 - 0,13\bar{8} \right) : \frac{17}{12} + 0,12\bar{7} + \frac{7}{11} \right] : 4,8\bar{1} + 1 - \frac{1}{2}$ $\left[\frac{7}{10} \right]$

Particolari funzioni numeriche

- Quando due grandezze si dicono direttamente proporzionali?
- Quando due grandezze si dicono inversamente proporzionali?
- Qual è la funzione che esprime la legge di proporzionalità diretta?
- Qual è il diagramma della funzione di proporzionalità diretta?
- Qual è il diagramma della funzione di proporzionalità inversa?

36. Osserva le seguenti funzioni, per ognuna completa la tabella e stabilisci se si tratta di funzioni di proporzionalità diretta o inversa.

$y = 12x$

X	y
1	
2	
3	

$y = 10/x$

X	y
1	
2	
5	

$$\frac{y}{x} = 12$$

X	y
1	
2	
3	

$$xy = 28$$

X	y
1	
2	
4	

37.

A. Rappresenta nel piano cartesiano la funzione $y = 3x$. Scrivi poi se si tratta di una funzione di proporzionalità diretta o inversa e qual è il coefficiente di proporzionalità.

X	y
0	
1	
2	
3	

$\frac{8}{x}$

B. Rappresenta nel piano cartesiano la funzione $y = \frac{8}{x}$. Scrivi poi se si tratta di una funzione di proporzionalità diretta o inversa, qual è il coefficiente di proporzionalità.

X	y
1	
2	
4	
8	

38. Considera le seguenti tabelle e stabilisci se le grandezze x e y sono direttamente proporzionali, inversamente proporzionali o se vi è una proporzionalità quadratica. Scrivi l'espressione analitica delle funzioni e rappresentale nel piano cartesiano.

x	y	x	y
-2	-1	3	1
-1	$-\frac{1}{2}$	1	3
0	0	-1	-3
1	$\frac{1}{2}$	-3	-1
2	1	-6	$-\frac{1}{2}$

[prop. diretta, $y = \frac{1}{2}x$; prop. inversa, $y = \frac{3}{x}$]

39. Scrivi la funzione $y = f(x)$ corrispondente alla proporzionalità

- a) diretta,
- b) quadratica,
- c) inversa,

sapendo che per $x = 2$ risulta $y = 8$

[a) $y = 4x$; b) $y = 2x^2$; c) $y = \frac{16}{x}$]

40. Disegna in un diagramma cartesiano i grafici delle seguenti funzioni lineari.

$$y = 2x + 3; \quad y = -\frac{1}{2}x + 3; \quad y = 2x - 3; \quad y = -\frac{1}{2}x - 3.$$